

вопроса о пользовании задолго до Эвклида теоремами этой II книги (ибо, как утверждают, пифагорейцы были знакомы с приложением площадей), то объяснение этого следует искать в VI книге, хотя в ней применения названных теорем даны в обобщенном виде, являющемся открытием либо Эвклида, либо его непосредственных предшественников*.

Прямоугольник, стороны которого являются сами суммами, представляет сумму всех прямоугольников, имеющих сторонами один член каждой из данных сумм.

Вместо современной формулы

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

Эвклид (II, 4) пользовался фиг. 3.

Задача, которую в настоящее время мы выразили бы уравнением

$$ax - x^2 = b^2 \quad (1)$$

выражалась древними следующим образом (фиг. 4):

Построить на данном отрезке $AB (= a)$ прямоугольник AM , равный данному квадрату (b^2), таким образом, чтобы часть площади, недостающей до прямоугольника ax на AB , была квадратом ($BM = x^2$).

Для получения этого построения, называемого эллиптическим *приложением площадей* — от слова *ἐλλείψις* — нехватка, недостаток — приводят к предыдущей фигуре ту, с помощью которой решают задачу: действительно, если C есть середина AB и если приложить прямоугольник CK к стороне DB (он занимает положение DE), то ясно, что прямоугольник AM равен гному, т. е. равен разности квадратов, построенных на BC и CD или, пользуясь нашим алгебраическим обозначением, что

$$b^2 = ax - x^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{2} - x\right)^2.$$

Теперь, зная b и $CB = \frac{a}{2}$, можно с помощью пифагоровой теоремы найти $CD = \frac{a}{2} - x$, а следовательно, и x .

Из эвклидовых „Начал“ (VI, 28) можно заключить, что таким приблизительно способом была решена эта задача, хотя в указываемой теореме она дана в более общем виде; но употребленное нами преобразование имеется уже у Эвклида (II, 5), где говорится, что если C есть середина, а D какая-нибудь другая точка AB , то:

$$AD \cdot DB + CD^2 = CB^2.$$

Эта теорема дает непосредственно решение этой же самой задачи, выраженной, однако в следующей форме: *разделить данный отрезок AB на два других, образующих прямоугольник*

* Значение этого обобщения объясняется у нас в § 16.